

**การศึกษากำลังรับแรงด้านข้างของเสาเข็ม
ภายใต้แรงแนวราบและโมเมนต์
Lateral bearing capacity of rigid piles under
lateral force and moment**

นายปฏิภาณ ห้อยจีน นางสาวปภาวดี บรรลือสิน และรองศาสตราจารย์ ดร. บุญชัย อุกฤษฏชน

ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย จ.กรุงเทพฯ

บทคัดย่อ

ในเสาเข็มบางประเภทที่มีขนาดสั้น ทำหน้าที่รับแรงในแนวข้างเป็นหลัก เช่น เสาเข็มของเสาไฟฟ้าที่ต้องรับแรงลม เป็นต้น ความสามารถในการรับแรงของเสาเข็มจะมาจากประวัติของดินในแนวข้าง ปริมาณดินที่รับแรงนี้ ต้องการศึกษากำลังรับแรงด้านข้างของเสาเข็มเมื่อมีแรงและโมเมนต์กระทำเสาเข็มที่ศึกษาเป็นเสาเข็มสั้น อยู่ในดินระดับเรียบ ไม่มีความชัน ทำการตรวจสอบผลเฉลยที่เสนอโดย Broms (1964) และ Georgiadis et al (2013) ด้วยโปรแกรม จากนั้นพัฒนาสมการให้สามารถหากำลังเสาเข็มกรณีมีแรงและโมเมนต์กระทำพร้อมกัน ด้วยโปรแกรม MATLAB สร้างแบบจำลองของเสาเข็มที่มีแรงและโมเมนต์กระทำในมุมใด ๆ นำผลที่ได้ไปสร้างกราฟหาความสัมพันธ์ด้วยการใช้ตัวแปรไร้หน่วยเพื่อทำการวิเคราะห์เชิงตัวเลข จากนั้นเก็บผลข้อมูลด้วยการใช้ตัวแปรความลึกเสาเข็มต่อเส้นผ่านศูนย์กลาง และค่าตัวประกอบการยึดติดของเสาเข็มกับดินหลาย ๆ ค่า เพื่อนำข้อมูลมาเปรียบเทียบกับผลของงานวิจัยอื่น โดยค่าคุณสมบัติสำคัญที่ใช้เป็นเกณฑ์ในการวิเคราะห์ คือ ค่าแรงด้านข้างสูงสุดที่เสาเข็มสามารถรับได้, ค่าโมเมนต์สูงสุดที่เสาเข็มสามารถรับได้ และมุมที่แรงด้านข้างกับโมเมนต์กระทำกัน ผลการศึกษาของกรณีเสาเข็มรับแรงแนวราบและโมเมนต์ซึ่งทำมุมในทิศทางใด ๆ ควรจะต้องมีการตรวจสอบความถูกต้องต่อไป

คำสำคัญ: กำลังรับแรงด้านข้างของเสาเข็ม, วิธีการจำลองเชิงตัวเลข, การกระจายแรงของดินต่อเสาเข็ม

1. บทนำ

การออกแบบโครงสร้างเสาเข็มโดยปกติแล้วมักจะคำนึงถึงแรงในแนวตั้งที่กระทำต่อเสาเข็มเพียงอย่างเดียว โดยใช้การคำนวณจากค่า yield กับกำลังของเหล็กและคอนกรีต รวมถึงความลึกของเสาเข็มที่

จะต้องอยู่ในชั้นดินที่เหมาะสม เนื่องจากต้องการให้สามารถรับน้ำหนักของโครงสร้างด้านบนได้ มิฉะนั้นโครงสร้างจะเกิดการทรุดตัวหรือถล่มลงมาได้ แต่ในความเป็นจริง มีการใช้เสาเข็มบางประเภทที่ออกแบบมาให้รับแรงในแนวนอนเป็นหลัก เช่น เสาเข็มของป้ายจราจร, สัญญาณจราจร, เสาไฟฟ้า หรือกังหันลม เป็นต้น ซึ่งเสาเข็มประเภทนี้มีความลึกไม่มาก ทำหน้าที่รับแรงที่มาจากแนวนอน เช่น แรงลม แรงของคลื่นน้ำ เป็นต้น ในการออกแบบเสาเข็มประเภทนี้ การอุปติของดินจะมีผลต่อ capacity ของเสาเข็มมากกว่าความแข็งแรงและ yield ของตัววัสดุเสาเข็มเองเพราะค่าความยาวต่อเส้นผ่านศูนย์กลาง (L/D) ที่ต่ำ

วิธีที่ใช้ในการหาค่าแรงในแนวนอนสูงสุดที่เสาเข็มสามารถรับได้มีทั้งการกำหนดให้เสาเข็มมีความสมดุล แล้วกำหนดการกระจายแรงของดินเพื่อสร้างสมการสมดุล โดยทฤษฎีแรงจากดินนั้นมีหลายงานวิจัย อย่างไรก็ตาม งานวิจัยที่เสนอผลเฉลยของปัญหาการรับแรงด้านข้างของเสาเข็มนั้นมีจำนวนมาก แต่ในกรณีที่มีโมเมนต์มากระทำร่วมด้วยนั้นยังมีการศึกษาน้อยอยู่ โครงการนี้ศึกษา 2 ทฤษฎีการกระจายของแรงดินต่อเสาเข็มกลม นำค่าที่ได้มาเปรียบเทียบกัน แล้วพัฒนาสมการด้วยโปรแกรม MATLAB ให้สามารถหาค่ากรณี Combined load ได้ด้วยวิธี Limit equilibrium เพื่อแก้ปัญหากรณีเสาเข็มรับแรงแนวราบและโมเมนต์แบบตั้งฉากกัน และกรณีที่แรงแนวราบและโมเมนต์ทำมุมใด ๆ เพื่อพัฒนาใช้ในการออกแบบโครงสร้างที่มีความซับซ้อน เช่น โครงสร้างนอกชายฝั่ง โครงสร้างสะพาน โครงสร้างตึกสูง เป็นต้น

ในเสาเข็มสั้น จะมีค่าความยาวเสาเข็มต่อเส้นผ่านศูนย์กลางต่ำ (L/D) จะเป็นเสาเข็มแบบ Short – rigid ต่างกับเสาเข็มยาวที่ใช้ทั่วไปที่มีลักษณะแบบ Long – flexible ดังนั้น การออกแบบเสาเข็มสั้นจะใช้วิธีของดินด้านข้างเสาเข็ม จะเป็นตัวกำหนดความแข็งแรงของเสาเข็มยาวที่ต้องคำนึงถึงความแข็งแรงของวัสดุเสาเข็ม, ชั้นดินที่เสาเข็มจะผ่าน, แรงเสียดทานระหว่างดินกับเสาเข็ม เป็นต้น

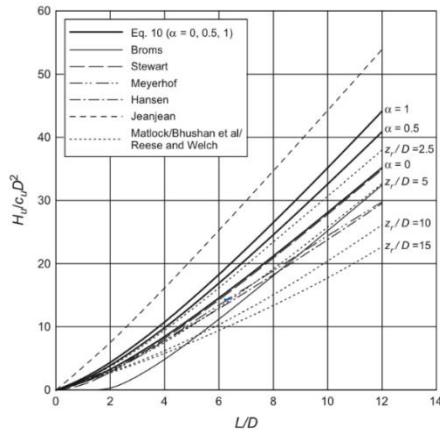
การหาแรงในแนวข้างสูงสุดที่เสาเข็มรับได้ (Ultimate lateral load, H_u) เมื่อกระทำที่บริเวณหัวของเสาเข็ม มักจะใช้วิธีเบื้องต้นด้วยการกำหนดให้เสาเข็มมีความสมดุล (Static analyses) แล้วกำหนดการกระจายแรงของดินต่อเสาเข็ม จากนั้นนำค่าที่ได้มาพล็อตกราฟความสัมพันธ์ระหว่าง $H_u/c_u D^2$ และ L/D

เมื่อ c_u คือ ค่าหน่วยแรงเฉือนแบบไม่ระบายน้ำ (Undrained shear strength)

D คือ เส้นผ่านศูนย์กลางของเสาเข็ม

L คือ ความยาวของเสาเข็มที่อยู่ใต้ดิน

ซึ่งตัวแปรที่นำมาพล็อตจะเป็นตัวแปรไร้หน่วย (Dimensionless parameter) ที่ใช้หาความเกี่ยวข้องกันของของผลลัพธ์ที่ออกมาเป็นตัวเลข

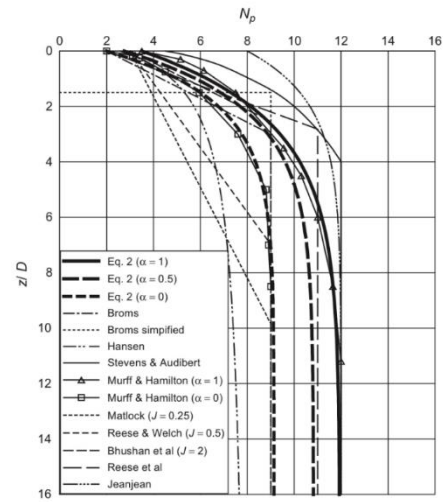


รูปที่ 1 Lateral bearing capacity of piles in level ground for $e/D=0$. (Georgiadis et al., 2013)

อีกวิธีหนึ่งคือ กำหนดให้เสาเข็มสมดุล แล้วหาค่าแรงที่ดินกระทำสูงสุดต่อช่วงความยาว (Ultimate lateral soil reaction per unit length, p_u) ที่ได้จากการกระจายแรงของดิน สามารถหาค่า p_u ได้จากสมการ

$$p_u = N_p c_u D \quad (1)$$

เมื่อ N_p คือ ตัวประกอบการรับแรง (Bearing capacity factor) ซึ่งมีค่าเปลี่ยนไปตามอัตราส่วนความลึกต่อเส้นผ่านศูนย์กลาง (z/D) ซึ่งค่า N_p นั้นสามารถหาค่ามาอ้างอิงได้หลายงานวิจัย ทั้งจากการทดลอง และการวิเคราะห์ขึ้น



รูปที่ 2 Variation in lateral bearing capacity factor with depth for level ground. (Georgiadis et al., 2013)

จากงานวิจัยด้วยการทำ 3D finite element analyses และการเปรียบเทียบ pile load test ของ Georgiadis and Georgiadis (2010) ได้เสนอความสัมพันธ์ระหว่าง N_p กับ z/D ที่มีค่า adhesion ระหว่างเสาเข็มและดินไปคำนวณด้วย

$$N_p = N_{pu} - (N_{pu} - N_{po}) e^{-\lambda(z/D)} \quad (2)$$

เมื่อ λ เป็นค่า factor มีค่า

$$\lambda = 0.55 - 0.15\alpha \quad (3)$$

α คือ ค่า Adhesion factor เป็นค่าอัตราส่วน Adhesion กับ Undrained shear strength มีค่าตั้งแต่ 0 ในกรณีเสาเข็มเรียบ ถึง 1 ในกรณีเสาเข็มขรุขระ

N_{po} คือ Bearing capacity factor ที่ผิวดิน มีสมการ

$$N_{po} = 2 + 1.5\alpha \quad (4)$$

N_{pu} คือ ตัวประกอบการรับแรงแนวข้างสูงสุดสำหรับการวิบัติในแนวลึก (Ultimate lateral bearing capacity factor for deep failure) จากกรณีวิเคราะห์ความสัมพันธ์แบบพลาสติกของ Randolph and Houlsby (1984)

$$N_{pu} = \pi + 2\Delta + 2\cos\Delta + 4\left(\cos\frac{\Delta}{2} + \sin\frac{\Delta}{2}\right) \quad (5)$$

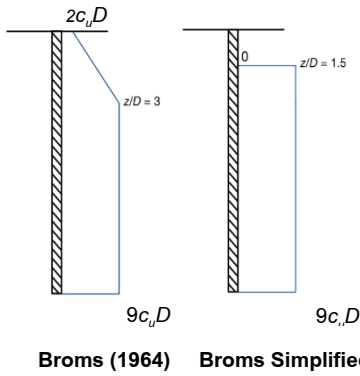
เมื่อ $\Delta = \sin^{-1}\alpha$

โดยในงานปริญาโทฉบับนี้ เลือกใช้ทฤษฎีการกระจายแรงของดิน 2 ทฤษฎี ดังนี้

1.1 ทฤษฎีของ Broms (1964) และ Broms Simplified (1964)

ใช้ทฤษฎีการวิเคราะห์ความสมดุลของเสาเข็ม โดยกำหนดให้เสาเข็มมีความสั้นและแข็ง อยู่ในดินระดับราบที่มีแรงดึงจุด Broms (1964) เสนอว่าแรงดันในแนวข้างของดิน (p_u) จะเพิ่มขึ้นเป็นแนวเส้นตรง โดยมีค่าตั้งแต่ $2c_u D$ ที่ระยะผิวดินเพิ่มขึ้นไป จนถึง $9c_u D$ ที่ระยะ $z/D = 3$ และคงที่ตลอดความลึกที่เพิ่มขึ้น

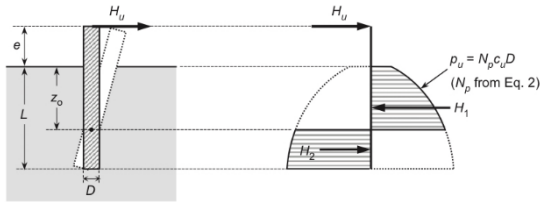
ส่วนในกรณีที่เป็น Simplified ให้ค่า $p_u = 0$ ตั้งแต่ผิวดินจนถึงระยะ $z/D = 1.5$ และมีแรงดัน $p_u = 9c_u D$ ที่ความลึกถัดไปตลอด



รูปที่ 3 ค่าของ p_u ที่ระดับความลึกต่างๆตามทฤษฎี Broms (1964) และ Broms Simplified (1964)

1.2 ทฤษฎีของ Georgiadis et al. (2013)

Georgiadis et al. (2013) กำหนดให้เสาเข็มสมการสมดุลของแรงในแนวนอน และสมการสมดุลโมเมนต์ ทำให้สามารถกำหนดตัวแปรที่ต้องการทราบค่า คือ จุดหมุนของเสาเข็ม (z_0) และแรงในแนวข้างสูงสุดที่เสาเข็มรับได้ (H_u)



รูปที่ 4 Lateral earth pressure for piles in level ground. (Georgiadis et al., 2013)

สร้างสมการได้ดังนี้

$$H_u = \int_0^{z_0} p_u dz - \int_{z_0}^L p_u dz \quad (7)$$

$$eH_u = \int_{z_0}^L zp_u dz - \int_0^{z_0} zp_u dz \quad (8)$$

โดยให้

$$\alpha_1(z_0/D)^2 + \alpha_2(z_0/D) + \alpha_3 e^{-\lambda(z_0/D)} + \alpha_4(z_0/D) e^{-\lambda(z_0/D)} + \alpha_5 = 0 \quad (9)$$

$$\text{เมื่อ } \alpha_1 = N_{pu} \quad (10)$$

$$\alpha_2 = N_{pu}(e/D) \quad (11)$$

$$\alpha_3 = 2(N_{pu} - N_{po})(1/\lambda + e/D) \quad (12)$$

$$\alpha_4 = 2(N_{pu} - N_{po})/\lambda \quad (13)$$

$$\alpha_5 = -N_{pu} \left(\frac{L^2}{D^2} + \frac{eL}{D^2} \right) - \left(\frac{N_{pu} - N_{po}}{\lambda} \right) \left[\frac{e}{D} + \frac{1}{\lambda} + \left(\frac{L}{D} + \frac{1}{\lambda} + \frac{e}{D} \right) e^{-\lambda L/D} \right] \quad (14)$$

จากนั้นนำค่า z_0/D มาแทนในสมการ

$$\frac{H_u}{c_u D^2} = N_{pu} \left(2 \frac{z_0}{D} - \frac{L}{D} \right) + \frac{N_{pu} - N_{po}}{\lambda} (2e^{-\lambda z_0/D} - e^{-\lambda L/D} + 1) \quad (15)$$

จะได้ค่า H_u หรือ Ultimate lateral capacity

2. ตรวจสอบผลเฉลย

2.1 ผลเฉลยที่ได้จากกราฟของ Georgiadis et al (2013)

เมื่อนำค่าที่ได้จากการพล็อตกราฟของ Georgiadis et al (2013) ด้วยโปรแกรม Plot Digitizer มาใส่ในโปรแกรม Microsoft excel เพื่อหาสมการของกราฟ ได้สมการดังนี้

$$y = -0.714 + 2.53x + 0.106x^2 \quad (16)$$

จากนั้นนำสมการที่ได้มาคำนวณโดยเปลี่ยนตัวแปร c_u และ D

ตารางที่ 1 ค่า H_u จากกราฟงานวิจัย Georgiadis et al. (2013)

L (m)	D (m)	c_u (t/m ²)	L/D	$H_u/c_u D^2$	H_u (t)
10	1	5	10	35.186	175.93
10	2	5	5	14.586	291.72
10	5	5	2	4.77	596.25

2.2 ผลเฉลยที่ได้จากสมการของ Georgiadis et al (2013)

นำสมการมาใส่สูตรคำนวณด้วยโปรแกรม Microsoft excel จากนั้นใช้ฟังก์ชัน goal seek เพื่อช่วยแก้ไขสมการ นำค่าที่ได้บันทึกลงตารางตารางที่ 2 ค่า H_u จากสมการของงานวิจัย Georgiadis et al. (2013)

$\alpha = 1$	$N_{pu} = 11.94004$
$\lambda = 0.4$	$N_{po} = 3.5$
$\Delta = 1.570796$	c_u (t/m ²) = 5

ค่าที่ได้จากสมการ (e (m) = 0)									
L (m)	D (m)	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	z_0 (m)	H_u (t)	goal seek for z_0
10	1	11.94	0.00	42.20	42.20	-654.58	7.2964934	389.17	3.63427E-06
10	2	11.94	0.00	42.20	42.20	-223.42	7.7610731	1202.98	3.0172E-06
10	5	11.94	0.00	42.20	42.20	-119.29	11.563814	7462.50	0.003958541

เมื่อเปรียบเทียบค่า H_u ที่ได้จากสมการกับค่าที่ได้จากกราฟในงานวิจัยของ Georgiadis et al. (2013) หรือในตารางที่ 2 พบว่าค่าที่ได้จากกราฟและสมการมีความแตกต่างกัน คาดว่าเป็นเพราะสมการในงานวิจัยของ Georgiadis et al. (2013) ไม่ถูกต้อง จึงทำการแก้ไขสมการ ตามนี้

สมการ (11) เปลี่ยนเป็น

$$\alpha_2 = 2N_{pu}(e/D) \quad (17)$$

สมการ (12) เปลี่ยนเป็น

$$\alpha_3 = \frac{2(N_{pu} - N_{po})}{\lambda} (1/\lambda + e/D) \quad (18)$$

และสมการ (15) เปลี่ยนเป็น

$$\frac{H_u}{c_u D^2} = N_{pu} \left(2 \frac{z_0}{D} - \frac{L}{D} \right) + \frac{N_{pu} - N_{po}}{\lambda} (2e^{-\lambda z_0/D} - e^{-\lambda L/D} - 1) \quad (19)$$

จากนั้นใช้สมการที่แก้ไขแล้วมาใส่ค่าตัวแปรได้

ตารางที่ 3 ค่า H_u จากการแก้ไขสมการของงานวิจัย Georgiadis et al. (2013)

$\alpha = 1$	$N_{pu} = 11.94004$
$\lambda = 0.4$	$N_{po} = 3.5$
$\Delta = 1.570796$	c_u (t/m ²) = 5

ค่าที่ได้จากสมการ (e (m) = 0)									
L (m)	D (m)	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	z_0 (m)	H_u (t)	goal seek for z_0
10	1	11.94	0.00	105.50	42.20	654.58	7.27606183	175.82	5.58367E-05
10	2	11.94	0.00	105.50	42.20	223.42	7.41075651	288.29	4.59805E-06
10	5	11.94	0.00	105.50	42.20	119.29	7.45186385	547.31	0.000981313

พบว่า ค่า H_u ที่ได้จากราย 1 และตาราง 3 มีความใกล้เคียงกัน แสดงว่า สมการที่ได้ทำการแก้ไขจากงานวิจัย Georgiadis et al. (2013) นั้นมีความน่าเชื่อถือมากขึ้น อย่างไรก็ตาม อาจเกิดความคลาดเคลื่อนจากการกำหนดจุดกราฟด้วยโปรแกรม Plot Digitizer และจากการแปลงเส้นกราฟเป็นสมการ

2.3 ผลเฉลยที่ได้จากทฤษฎีของ Georgiadis et al (2013) ด้วย MATLAB

ใช้ Limit equilibrium method สร้างความสัมพันธ์ระหว่างแรงด้านข้าง และโมเมนต์เป็นสมการ ดังนี้

$$\sum F_x = 0 \quad (20)$$

$$\sum M_x = 0 \quad (21)$$

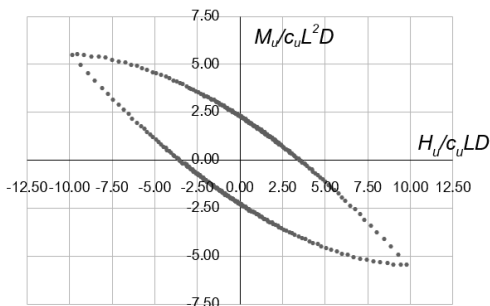
$$M_u = H_u L \tan \beta \quad (22)$$

โดยมีตัวแปรที่ต้องการทราบค่า 3 ตัว คือ

$$H_u, M_u \text{ และ } z_0$$

นำทฤษฎีการกระจายแรงดินไปเขียนโปรแกรมแก้ไขสมการใน MATLAB โดยกำหนดตัวแปร $\alpha = 1$, $c_u = 1 \text{ t/m}^2$, $D = 1 \text{ m}$, $e = 0 \text{ m}$, $L = 10 \text{ m}$

นำค่าที่ได้บันทึกผลลงตาราง จากนั้นพล็อตกราฟความสัมพันธ์ระหว่าง $H_u/c_u L D$ และ $M_u/c_u L^2 D$ ได้กราฟตามรูปที่ 5



รูปที่ 5 กราฟความสัมพันธ์ระหว่าง $H_u/c_u L D$ และ $M_u/c_u L^2 D$ ในเสาเข็มตามทฤษฎี Georgiadis et al. (2013) กรณีที่คของโมเมนต์กระทำตั้งฉากกับแรงดันด้านข้าง

2.4 ผลเฉลยที่ได้จากทฤษฎีของ Broms (1964) ด้วย MATLAB

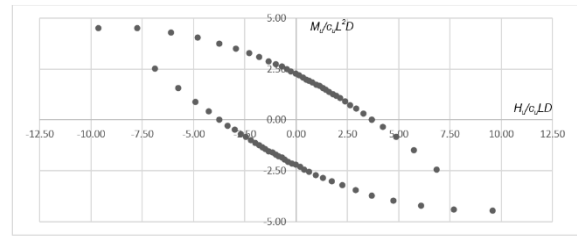
นำทฤษฎีการกระจายแรงดินไปเขียนโปรแกรมแก้ไขสมการใน MATLAB โดยกำหนดตัวแปร $\alpha = 1$, $c_u = 1 \text{ t/m}^2$, $D = 1 \text{ m}$, $e = 0 \text{ m}$, $L = 10 \text{ m}$ เช่นเดียวกับในหัวข้อ 2.3

โดยมีสมการที่กำหนดค่าแรงดัน ดังนี้

$$p_u = N_p c_u D \quad (23)$$

$$N_p = \begin{cases} 2 + \frac{7z}{3D} & ; 0 \leq \frac{z}{D} < 3 \\ 9 & ; \frac{z}{D} \geq 3 \end{cases} \quad (24)$$

นำค่าที่ได้บันทึกผลลงตาราง จากนั้นพล็อตกราฟความสัมพันธ์ระหว่าง $H_u/c_u L D$ และ $M_u/c_u L^2 D$

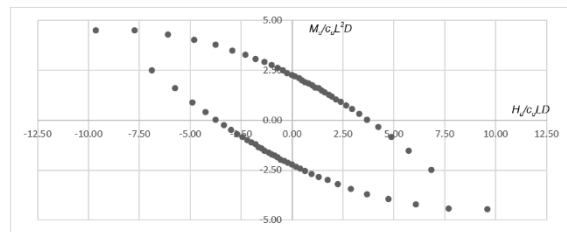


รูปที่ 6 กราฟความสัมพันธ์ระหว่าง $H_u/c_u L D$ และ $M_u/c_u L^2 D$ ในเสาเข็มตามทฤษฎี Broms (1964) กรณีที่คของโมเมนต์กระทำตั้งฉากกับแรงดันด้านข้าง

ส่วนในกรณีทฤษฎี Broms Simplified (1964) ก็ทำแบบเดียวกัน โดยใช้สมการที่ (23) และ

$$N_p = \begin{cases} 0 & ; \frac{z}{D} < 1.5 \\ 9 & ; \frac{z}{D} \geq 1.5 \end{cases} \quad (25)$$

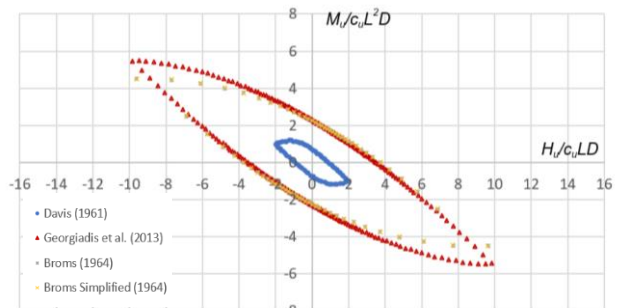
ได้กราฟ



รูปที่ 7 กราฟความสัมพันธ์ระหว่าง $H_u/c_u L D$ และ $M_u/c_u L^2 D$ ในเสาเข็มตามทฤษฎี Broms Simplified (1964) กรณีที่คของโมเมนต์กระทำตั้งฉากกับแรงดันด้านข้าง

2.5 เปรียบเทียบผลเฉลยที่ได้จากการเขียนโปรแกรม MATLAB

นำกราฟที่ได้จากการใช้ทฤษฎีของ Georgiadis et al. (2013), Broms (1964) และ Broms Simplified (1964) มาเปรียบเทียบกัน โดยเพิ่มตัวเปรียบเทียบด้วยกราฟจากทฤษฎีแรงดันดินที่สมมติให้เสาเข็มเป็นกำแพง ในดินที่ไม่มีน้ำหนักและแรงดึงในดินกับเสาเข็ม ($\gamma=0, \theta=0$) ของ Davis (1961)



รูปที่ 8 การเปรียบเทียบกราฟความสัมพันธ์ $H_u/c_u L D$ และ $M_u/c_u L^2 D$ ในเสาเข็มตามทฤษฎีของ Georgiadis et al. (2013), Broms (1964), Broms Simplified (1964) และ Davis (1961) กรณีที่คของโมเมนต์กระทำตั้งฉากกับแรงดันด้านข้าง

ได้ว่าความสัมพันธ์เชิงตัวเลขของกราฟในแต่ละทฤษฎีมีรูปร่างที่คล้ายกัน มีแนวโน้มของข้อมูลไปในทางเดียวกัน

2.6 เปรียบเทียบผลเฉลยที่ได้กรณีเสาเข็มโผล่พ้นพื้นดิน

เดิมที่ใช้ข้อมูล $e = 0$ m โดยตลอด แต่กรณีนี้ผู้ศึกษาจะเปรียบเทียบในกรณีเสาเข็มโผล่พ้นพื้นดิน หรือ $e > 0$ โดยแทนความยาวที่พ้นพื้นดินขึ้นไป ทำการเปรียบเทียบ ข้อมูลเป็นชุด

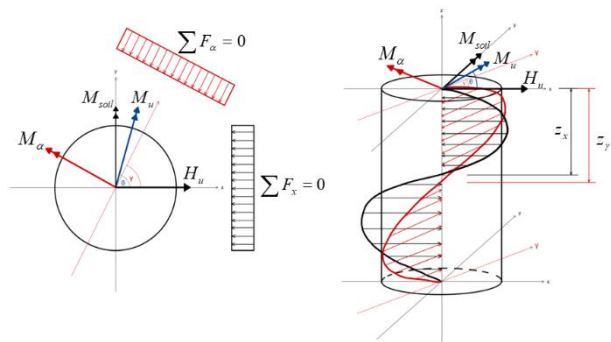
ตารางที่ 4 Prove of unique normalized parameters

Case	L	D	e	c _u	γ	L/D	e/D	Closed Equation				Solve							
								Georgiadis et al.(2013)		Broms (1964)		Georgiadis et al.(2013)		Broms (1964)					
1	4	1	1	1	4	1	1	8.001	8.001	2.000	8.001	8.001	2.000	10.900	10.900	2.725	10.900	2.725	
2	8	2	2	5	4	1	1	160.025	8.001	2.000	160.025	8.001	2.000	217.999	10.900	2.725	217.999	10.900	2.725
3	12	3	3	10	4	1	1	720.112	8.001	2.000	720.112	8.001	2.000	980.993	10.900	2.725	980.993	10.900	2.725
4	8	1	5	1	8	5	13.975	13.975	13.975	1.747	13.975	13.975	1.747	15.279	1.910	15.279	1.910	15.279	1.910
5	16	2	10	5	8	5	275.510	13.975	1.747	275.510	13.975	1.747	305.595	15.279	1.910	305.595	15.279	1.910	15.279
6	20	3	15	10	8	5	1251.793	13.975	1.747	1251.793	13.975	1.747	1375.100	15.279	1.910	1375.100	15.279	1.910	15.279
7	12	1	10	1	12	10	19.826	19.826	1.652	19.826	19.826	1.652	19.584	19.584	1.652	19.584	1.652	19.584	1.652
8	24	2	20	5	12	10	394.514	19.826	1.652	394.514	19.826	1.652	391.683	19.584	1.652	391.683	19.584	1.652	1.652
9	36	3	30	10	12	10	1704.314	19.826	1.652	1704.314	19.826	1.652	1742.600	19.584	1.652	1742.600	19.584	1.652	1.652

3. พัฒนารูปแบบการเมื่อแรงแนวข้างและโมเมนต์กระทำที่มุมใด ๆ

เพื่อให้สามารถหาค่า Combined ของทั้ง Maximum bending moment และ Lateral bearing capacity ที่กระทำกันในมุมใด ๆ (θ) เราจึงสร้างสมการเพิ่มอีก 2 สมการ ด้วยหลักการสมดุลของแรงและโมเมนต์ โดยสมมติให้มีแรงดันจากดินกระทำในแนวแกน x (แรงที่กระจายต่อเสาเข็มสี่ด้าน) ซึ่งแรงนั้นจะทำให้เกิดโมเมนต์ขึ้นพร้อมกัน กำหนดให้ชื่อ M_{soil} เพื่อให้เสาเข็มมีความสมดุลของแรงและโมเมนต์ จึงสมมติให้มีแรงดันจากดิน (แรงที่กระจายต่อเสาเข็มสี่ด้าน) กระทำต่อเสาเข็มอีกที่มุม γ โดยแรงดันดินนี้จะทำให้เกิดโมเมนต์ต่อเสาเข็มเช่นกัน เป็น M_α

เนื่องจากมีแรงดันดินกระทำต่อเสาเข็มสองแกน จุดหมุนของเสาเข็มก็เกิดขึ้นสองแกน เป็นตัวแปร z_x และ z_y



รูปที่ 9 Pressure and Moment model acting in θ° for piles in level ground

จะได้สมการ 5 สมการ ดังนี้

$$\sum F_x = 0 \quad (26)$$

$$\sum F_y = 0 \quad (27)$$

$$\sum M_{xx} = 0 \quad (28)$$

$$\sum M_{yy} = 0 \quad (29)$$

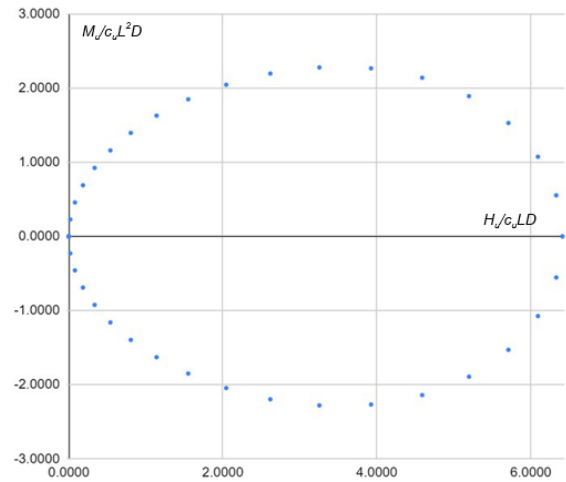
$$M_u = H_u L \tan \beta \quad (30)$$

โดยมีตัวแปรที่ต้องการทราบค่า 5 ตัว คือ

H_u, M_u, z_x, z_y และ γ

3.1 ผลเฉลยที่ได้จากการทฤษฎีของ Georgiadis et al. (2013)

นารูปแบบที่ได้ไปเขียนลงในโปรแกรม MATLAB ทำการแก้ไข และเก็บข้อมูลโดยเปลี่ยนมุม β จาก 0-180 กำหนดตัวแปร $\alpha = 1$, $c_u = 1$ t/m², $D = 1$ m, $e = 0$ m, $L = 10$ m, $\theta = 0$ จากนั้นพล็อตกราฟตามภาพที่ 10



รูปที่ 10 กราฟความสัมพันธ์ระหว่าง $H_u/c_u L D$ และ $M_u/c_u L^2 D$ ในเสาเข็มตามทฤษฎี Georgiadis et al. (2013) กรณีทิศของโมเมนต์กระทำมุมใด ๆ กับแรงดันด้านข้าง

3.2 ผลเฉลยที่ได้จากการทฤษฎีของ Broms (1964)

ทำแบบเดียวกันกับหัวข้อ 3.1 กำหนดตัวแปร $\alpha = 1$, $c_u = 1$ t/m², $D = 1$ m, $e = 0$ m, $L = 10$ m, $\theta = 0$

4. สรุปผลการวิจัย

งานวิจัยนี้นำเสนอความสามารถในการรับแรงแนวข้าง และโมเมนต์ของเสาเข็ม เริ่มจากการหาผลเฉลยงานวิจัยของ Georgiadis et al. (2013) และ Broms (1964) เมื่อพบว่าสมการในงานวิจัยมีความผิดพลาด ก็ทำการแก้ไข จากนั้นนำผลที่ได้มาเปรียบเทียบกับทฤษฎีของ Davis (1961) พบว่ามีความสอดคล้องกัน จากนั้นนำสมการที่สร้างมาทำให้ผลมีมาตรฐาน ด้วยการ Normalized ในกรณีนี้ที่เสาเข็มโผล่ขึ้นมาเหนือดิน

จากนั้นพัฒนารูปแบบจากเดิมที่สามารถหาได้เฉพาะแรงในแนวอนหรือโมเมนต์สูงสุดที่รับได้ ให้สามารถหากรณี Combined load ได้ โครงการนี้เสนอวิธี Limit equilibrium method โดยการเพิ่มตัวแปร β ขึ้นมา ให้สามารถสร้างสมการ 3 สมการเพื่อแก้ไขหาค่าตอบ 3 ตัวแปรในกรณีนี้ที่เสาเข็มรับแรงแนวราบและโมเมนต์แบบตั้งฉากกัน จากนั้นสร้างมุม γ เพื่อเป็นมุมที่มีแรงดันดินมากระทำแล้วทำให้เดินสมดุลของโมเมนต์ สามารถสร้าง 5 สมการเพื่อแก้ไขตัวแปร 5 ตัวแปรในกรณีนี้ที่แรงแนวราบและโมเมนต์ทำมุมใด ๆ ผลการศึกษาของกรณี

เสาเข็มรับแรงแนวราบและโมเมนต์ซึ่งทำมุมในทิศทางใด ๆ ควรจะต้องมีการตรวจสอบความถูกต้องต่อไป

งานวิจัยนี้ สามารถนำโปรแกรมที่เขียนขึ้นมาไปประยุกต์ใช้ และต่อยอดในด้านงานวิศวกรรมปฐพี เรื่องความสามารถในการรับแรงและโมเมนต์ของเสาเข็ม ดังนี้

- ผู้ที่สนใจสามารถนำสมการที่เขียนในโปรแกรม MATLAB ใช้หาค่าแรงในแนวนอน และโมเมนต์สูงสุดที่เสาเข็มรับได้ ด้วยการป้อนข้อมูล α (ค่า Adhesion factor ของเสาเข็ม), c_u (Undrained shear strength ของดิน), D (เส้นผ่านศูนย์กลางของเสาเข็ม), e (ระยะเสาเข็มที่โผล่เหนือดิน), L (ความยาวของเสาเข็ม), β , θ (มุมระหว่างโมเมนต์กับแรง) โดยข้อมูล output ที่ได้จะมี M_u (โมเมนต์สูงสุดที่เสาเข็มสามารถรับได้), H_u (แรงในแนวนอนสูงสุดที่เสาเข็มสามารถรับได้), z_x (จุดหมุนของเสาเข็มในแนวแกน x), z_y (จุดหมุนของเสาเข็มในแนวแกน y) และ γ (มุมสมมติที่ทำให้เสาเข็มมีความสมดุล)

ซึ่งข้อมูลที่ได้จากโปรแกรมนี้ สามารถนำไปใช้ในการออกแบบ และสร้างเสาเข็ม เพื่อพิจารณาความสามารถในการรับแรงและโมเมนต์ของเสาเข็มในแนวนอน เนื่องจากโดยปกติแล้วในงานออกแบบเสาเข็ม มักจะพิจารณาเฉพาะแรงในแนวตั้งที่มาจากโครงสร้างเท่านั้น

- ผู้ที่สนใจสามารถพัฒนาต่อยอดในสมการสามารถคำนวณในกรณีเสาเข็มอยู่ใกล้กับ Slope ของดิน การกระจายของแรงดินจะเปลี่ยนไปโดยอาจอ้างอิงจากทฤษฎีของนักวิจัยที่เราได้อ้างอิงในโครงการนี้

- ผู้ที่สนใจสามารถนำค่าที่ได้จากโปรแกรมไปเขียน code หรือใส่ในโปรแกรมที่ใช้ในการออกแบบ เช่น SUTS, SAP2000 เป็นต้น เพื่อนำไปออกแบบเสาเข็มโดยคำนึงถึงแรงที่มาจากแนวนอนด้วย อาจใช้ในกรณีเสาเข็มที่ทำหน้าที่เป็นกำแพงกันดิน หรือ Contiguous wall เป็นต้น

กิตติกรรมประกาศ

ในการทำวิทยานิพนธ์เรื่อง การศึกษากำลังรับแรงด้านข้างของเสาเข็มภายใต้แรงแนวราบและโมเมนต์ ผู้เขียนขอขอบพระคุณรองศาสตราจารย์ ดร. บุญชัย อุกฤษฏชน อาจารย์ที่ปรึกษา ที่ให้ความอนุเคราะห์ คำปรึกษา และข้อคิดเห็นต่องานวิจัย ตลอดจนวิทยานิพนธ์เล่มนี้เสร็จสมบูรณ์ ขอขอบพระคุณอาจารย์ทุกท่านที่ได้อบรมสั่งสอนวิชาความรู้ ให้ความเมตตาแก่ผู้วิจัยมาโดยตลอด และขอกราบขอบพระคุณบิดา มารดา ที่ให้โอกาสในการศึกษาจนประสบความสำเร็จด้วยดี

เอกสารอ้างอิง

- [1] Bhushan, K., Haley, S.C., Fong, P.T., Lateral load tests on drilled piers in stiff clays. Journal of Geotechnical Engineering Division 105 (8), 969–985 ASCE, 1979.
- [2] Broms, B.B., Lateral resistance of piles in cohesive soils. Journal of Soil Mechanics and Foundations Division 90 (2), 27–63 ASCE, 1964

- [3] Davis, E. H. (1961). "The Application of the Theory of Plasticity to Foundation Problem-Limit Analysis." Post-Grad. Course on Fndn. Eng., Univ. of Sydney, A:Jst.
- [4] Georgiadis, K., Georgiadis, M., Development of p-y curves for undrained response of piles near slopes. Computers and Geotechnics 40, 53–61. 2012
- [5] Hansen, B.J., The ultimate resistance of rigid piles against transversal forces. The Danish Geotechnical Institute, Bulletin 12, 5–16, 1961
- [6] Jeanjean, P., Re-Assessment of P-Y curves for soft clays from centrifuge testing and finite element modeling. Offshore Technology Conference, Houston, OTC 20158, 1–23, 2009
- [7] Randolph, M.F., Houlsby, G.T., The limiting pressure on a circular pile loaded laterally in cohesive soil. Geotechnique 34 (4), 613–623, 1984
- [8] Matlock, H., Correlations for design of laterally loaded piles in soft clay. In: Proceedings of the Second Offshore Technology Conference, Houston, OTC 1204, 577–594. 1970
- [9] Meyerhof, G.G., Mathur, S.K., Valsangkar, A.J., Lateral resistance and deflection of rigid walls and piles in layered soils. Canadian Geotechnical Journal 18 (1), 159–170, 1981
- [10] Murff, J.D., Hamilton, J.M., P-Ultimate for undrained analysis of laterally loaded piles. Journal of Geotechnical Engineering 119 (1), 91–107 ASCE, 1993.
- [11] Reese, L.C., Cox, W.R., Koop, F.D., Field testing and analysis of laterally loaded piles in stiff clay. In: Proceedings of the Seventh Offshore Technology Conference, Houston, OTC 2312, pp. 671–690, 1975
- [12] Stevens, J.B., Audibert, J.M.E., Re-examination of p-y curve formulation, Proceedings of Eleventh Offshore Technology Conference, Houston, OTC 3402, pp. 397–403, 1980